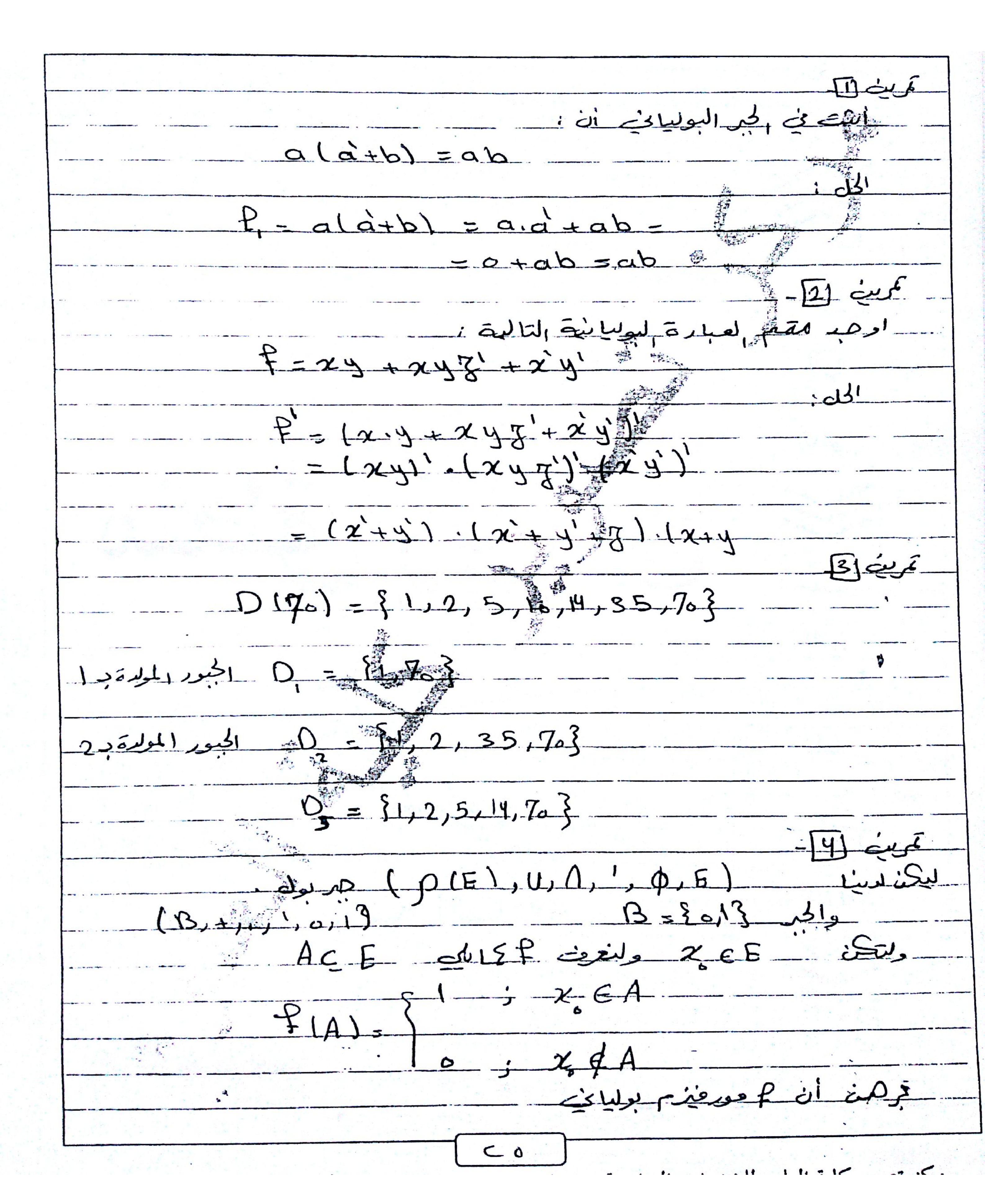


تمرين [1]

اثبت في الجبر البولياني أن:

$$a(a'+b) = ab$$

الحل:

$$f_1 = a(a'+b) = a.a' + ab =$$
$$= 0 + ab = ab$$

تمرين [2] -

اوجد المتمم للعبارة البوليانية التالية:

$$f = xy + xyz' + x'y'$$

الحل:

$$f' = (x\cdot y + xyz' + x'y')'$$
$$= (xy)' \cdot (xyz')' \cdot (x'y')'$$
$$= (x'+y') \cdot (x'+y'+z) \cdot (x+y)$$

تمرين [3]

$$D(70) = \{1, 2, 5, 10, 14, 35, 70\}$$

الجبور المولدة بـ 1 $D_1 = \{1, 70\}$

الجبور المولدة بـ 2 $D_2 = \{1, 2, 35, 70\}$

$$D_3 = \{1, 2, 5, 14, 70\}$$

تمرين [4] -

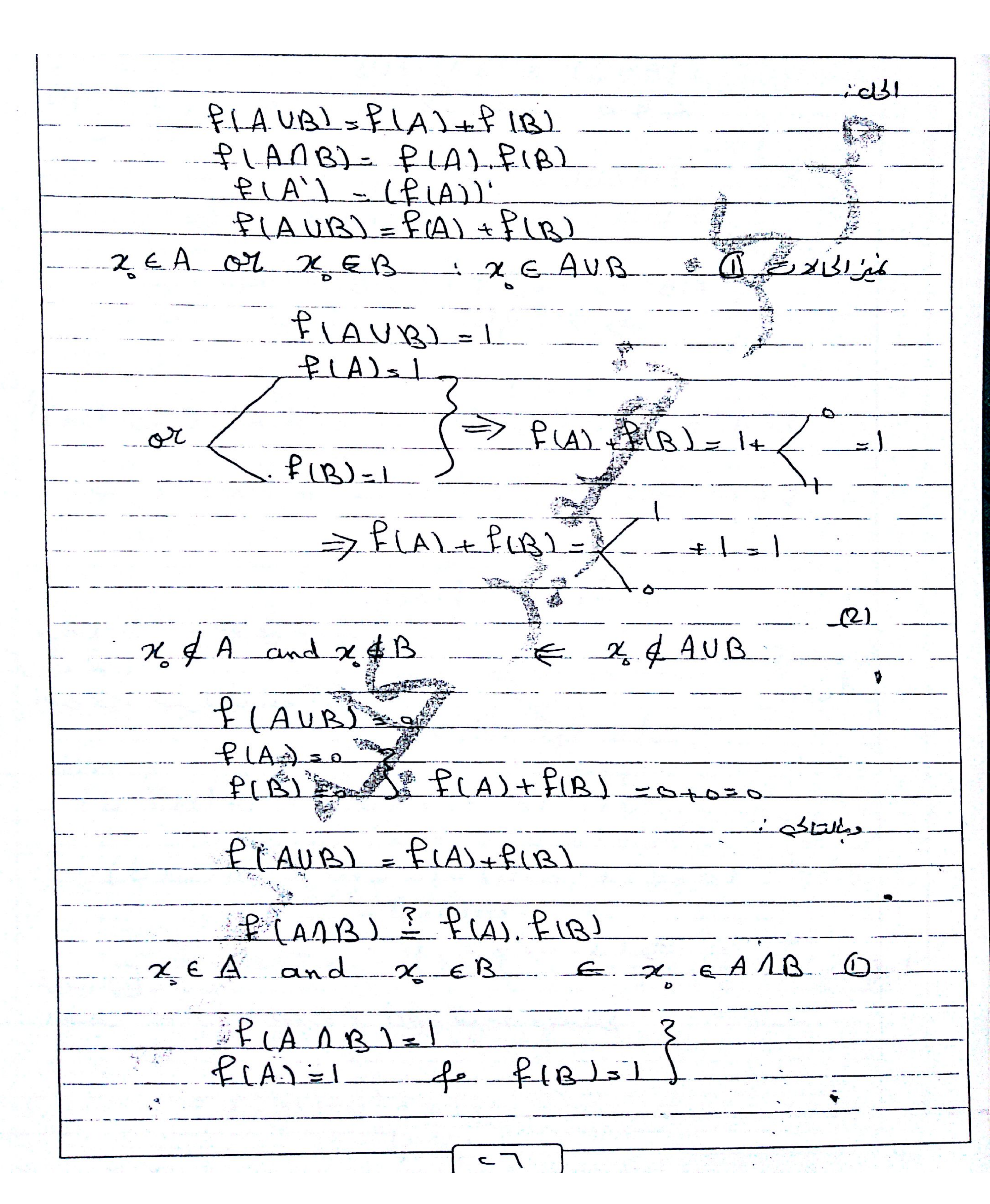
ليكن لدينا $(P(E), \cup, \cap, ', \phi, E)$ جبر بول.

والجبر $B = \{0, 1\}$ $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$

وليكن $x_0 \in E$ ولنعرف f كالتالي $A \subseteq E$

$$f(A) = \begin{cases} 1 & ; x_0 \in A \\ 0 & ; x_0 \notin A \end{cases}$$

تحقق أن f مورفيزم بولياني



الحل:

$f(A \cup B) = f(A) + f(B)$

$f(A \cap B) = f(A) . f(B)$

$f(A') = (f(A))'$

$f(A \cup B) = f(A) + f(B)$

نميز الحالات ① : $x_0 \in A \cup B$: $x_0 \in A$ or $x_0 \in B$

$f(A \cup B) = 1$

$$\left.\begin{array}{l} f(A) = 1 \\ \text{or} \\ f(B) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(A) + f(B) = 1 + \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$\Rightarrow f(A) + f(B) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} + 1 = 1$$

(2) $x_0 \notin A \cup B \Leftarrow x_0 \notin A$ and $x_0 \notin B$

$f(A \cup B) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} f(A) = 0 \\ f(B) = 0 \end{array}\right\} f(A) + f(B) = 0 + 0 = 0$$

وبالتالي:

$f(A \cup B) = f(A) + f(B)$

$f(A \cap B) \overset{?}{=} f(A) . f(B)$

① $x_0 \in A \cap B \Leftarrow x_0 \in A$ and $x_0 \in B$

$f(A \cap B) = 1$

$f(A) = 1$ و $f(B) = 1$ }

$$f(A \cap B) \stackrel{?}{=} f(A) . f(B)$$

$$x_0 \notin A \quad or \quad x_0 \notin B \quad \Leftarrow \quad x_0 \notin A \cap B$$

$$f(A \cap B) = 0$$

or
$$f(A) = 0 \Rightarrow f(A) f(B) = 0 . f(B) = 0$$
$$f(B) = 0 \Rightarrow f(A) . f(B) = f(A) . 0 = 0$$

$$\Rightarrow f(A \cap B) = f(A) . f(B)$$

$$f(A') \stackrel{?}{=} (f(A))'$$

$$x_0 \in A \Rightarrow x_0 \notin A' \Rightarrow f(A) = 1 \text{ و } f(A') = 0 \Rightarrow (f(A'))' = 1$$

$$x_0 \notin A \Rightarrow x_0 \in A' \Rightarrow f(A) = 0 \text{ و } f(A') = 1 \Rightarrow$$

$$(f(A'))' = 0$$

$$\Rightarrow f(A') = (f(A))'$$

وبالتالي f مورفيزم بولياني.

تمرين [5] -

أثبت في جبر بول أن :

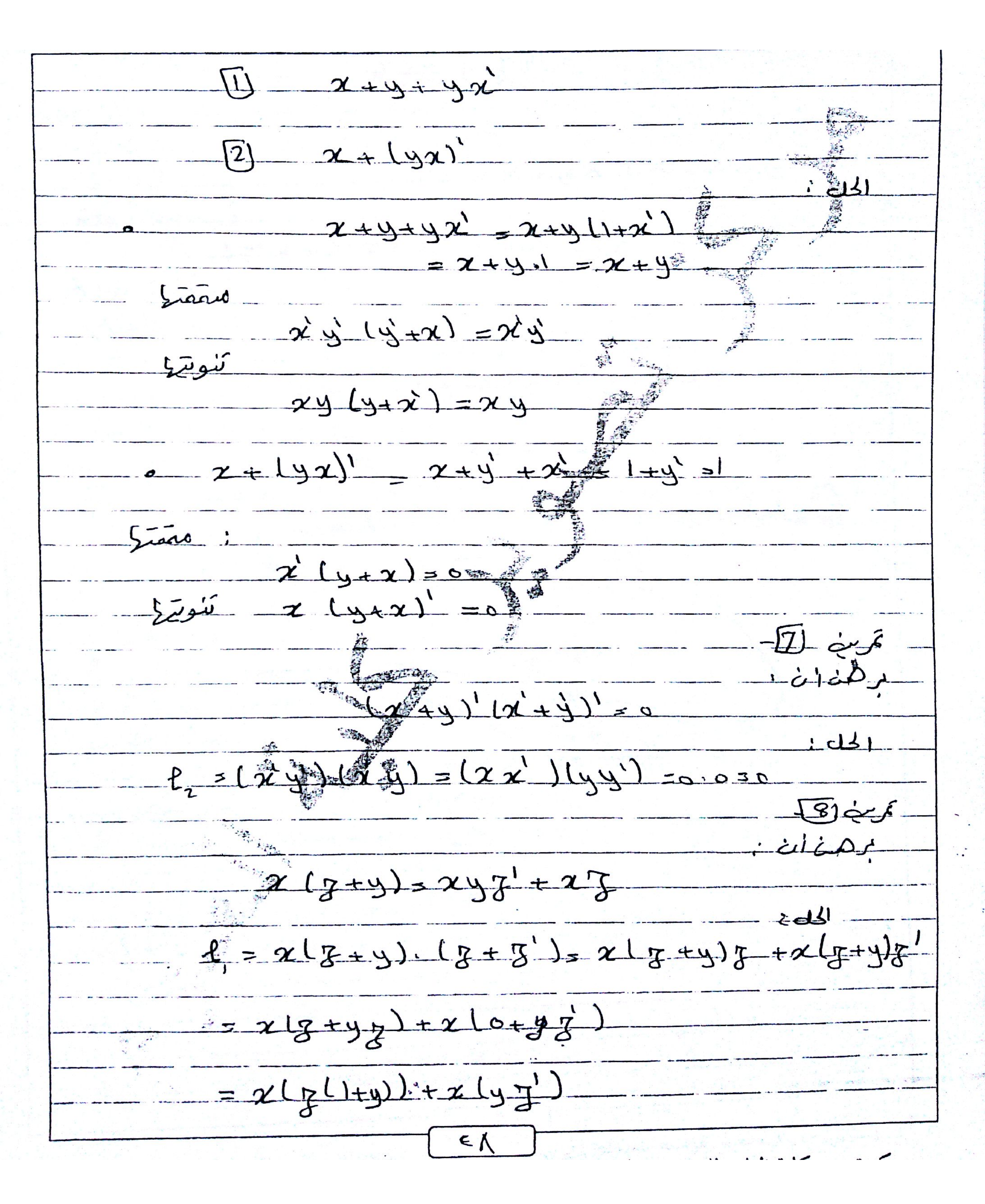
$$(a+b)' = a' . b'$$

الحل:

$$(a+b)(a' . b') = (a . a' . b') + (b . a' . b')$$
$$= (0 . b') + (0 . a') = 0 + 0 = 0$$
$$(a+b) + (a' . b') = (a + b + a')(a + b + b')$$
$$= (1 + b)(a + 1) = 1$$
$$\Rightarrow (a+b)' = a' + b'$$

تمرين [6]

اختصر الى أبسط صورة ثم أعطي توليفة ومتممة:



1. $x + y + yx'$
2. $x + (yx)'$

الحل:

∘ $x+y+yx' = x+y(1+x')$
$= x+y.1 = x+y$

متممة

$x'y'(y'+x) = x'y'$

ثنوية

$xy(y+x') = xy$

∘ $x+(yx)' = x+y'+x' = 1+y' = 1$

متممة:

$x'(y+x) = 0$

ثنوية $x(y+x)' = 0$

تمرين 7 -

برهن أن:

$(x'+y)'(x'+y')' = 0$

الحل:

$L_2 = (x'y')(xy) = (xx')(yy') = 0.0 = 0$

تمرين 8 -

برهن أن:

$x(z+y) = xyz' + xz$

الحل:

$L_1 = x(z+y).(z+z') = x(z+y)z + x(z+y)z'$

$= x(z+yz) + x(0+yz')$

$= x(z(1+y)) + x(yz')$

$= xz + xyz'$

تمرين (9) -

برهن أن :

$x + x'y + x'y' = 1$

الحل :

$x + x'(y + y') = x + x' \cdot 1 = x + x' = 1$

تمرين (10) -

برهن أن :

$(x + y)(x + y') = x$

$= x(x + y') + y(x + y')$

$= x + xy' + yx + 0$

$= x + x(y + y') = x + x \cdot 1 = x + x = x$

انتهت المحاضرة

